

# 基于信号波形协同提高无线通信系统容量的研究

史军<sup>1</sup>, 沙学军<sup>1</sup>, 张钦宇<sup>1,2</sup>, 宋晓程<sup>1</sup>, 张乃通<sup>1,2</sup>

(1. 哈尔滨工业大学 通信技术研究所, 黑龙江 哈尔滨 150001; 2. 哈尔滨工业大学 深圳研究生院, 广东 深圳 518055)

**摘要:** 针对有限频谱资源与迅速增长业务需求的矛盾, 提出了一种基于信号波形协同的无线通信技术。在传统正弦载波通信系统的基础上, 在相同的频谱范围内利用正弦信号和线性调频信号在频域和分数域能量积聚特性的对偶关系在正弦载波通信信号上叠加线性调频信号波形来传输不同的用户信息, 并在接收端分别通过频域和分数域滤波处理实现两类用户信号波形的分别提取, 从而达到提高频谱效率和增加系统容量的目的。建立了系统模型, 给出了理论分析, 并进行了数值验证。研究表明, 在传统正弦载波通信体制的基础上, 通过信号波形协同和变换域滤波处理可以有效地提高频谱效率, 理论上能够将系统容量提升近一倍。

**关键词:** 分数傅里叶变换; 分数域; 波形协同; 频谱资源

中图分类号: TN911

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2012)02-0036-09

## Increasing capacity for wireless communication systems based on signal waveform collaboration

SHI Jun<sup>1</sup>, SHA Xue-jun<sup>1</sup>, ZHANG Qin-yu<sup>1,2</sup>, SONG Xiao-cheng<sup>1</sup>, ZHANG Nai-tong<sup>1,2</sup>

(1. Communication Research Center, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;

2. Shenzhen Graduate School, Harbin Institute of Technology, Shenzhen 518055, China)

**Abstract:** A wireless communication technology based on signal waveform collaboration was proposed for resolving the conflict between limited spectrum resources and the rapidly growing service needs. The proposed technology employs linear frequency modulation (LFM) signals to transmit different users' information by utilizing the dual relationship between the energy concentration property of sinusoidal signals and that of LFM signals in the frequency and fractional domains, and the transmitted signals are superimposed on communication waveforms of the traditional sinusoidal carrier communication system on the same frequency band. At the receiver, frequency- and fractional-domain filters are applied to separate two kinds of users' signals. Moreover, the system model of the proposed technology is constructed, and theoretical analysis is also derived. The validity of the theoretical derivations is demonstrated via simulations. It has been shown that spectral efficiency can be effectively improved using signal waveform collaboration and transform-domain filtering. Theoretically, the proposed technology can achieve twice system capacity as large as that of the traditional sinusoidal carrier communication system.

**Key words:** fractional Fourier transform; fractional domain; waveform collaboration; spectrum resources

### 1 引言

作为世界各国高新技术支柱产业, 无线通信一

直保持了强劲的发展势头。然而, 已有的和即将推出的系统由于在无线资源综合优化利用等方面的局限性, 仍然不能很好地解决有限频谱资源与迅速

收稿日期: 2011-11-02; 修回日期: 2012-01-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61171110)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61171110)

增长业务需求的矛盾, 由此产生的无线通信瓶颈问题日益突出。解决无线通信瓶颈问题的关键是从根本上提高无线频谱资源利用的有效性, 即在满足服务质量的前提下, 最大限度地提高频谱效率及资源共享系统容量。

传统无线通信系统的基本信号波形是正弦波, 信号分析和处理的工具是以正弦波为基函数的傅里叶变换。由于傅里叶变换存在只能提供基于单个时域或频域信号分析与处理的固有缺陷, 使得进一步提高频谱效率, 增加系统容量面临着“瓶颈效应”的制约。此外, 传统无线通信体系框架主要基于时间和频率资源独立优化及简单调度使用模式, 在此基础上演进和发展的技术已逐渐受到各种“边界效应”的制约, 频谱效率和系统容量很难再得到提高。基于此, 考虑到正弦信号与线性调频信号分别为傅里叶变换和分数傅里叶变换的基函数, 且它们在频域和分数域上的能量积聚特性具有对偶性, 提出了一种基于信号波形协同的无线通信技术。

对于正弦和线性调频信号, 从频域来看前者能量相对聚集, 频谱呈现冲激特性, 后者能量相对扩散, 频谱近似为矩形谱; 而在分数域它们的能量聚集特征和分数谱特性恰好与频域的情况相反。因此, 可以利用正弦和线性调频信号在变换域的差异性来区分不同的用户信息, 即在传统正弦信号波形上叠加与其频谱中心完全重叠的且能量相等的线性调频信号波形来传输不同的用户信息, 并通过优化信号参数设计使它们在频域或分数域呈现出最佳的前述能量聚集的差异性, 从而可以分别在频域和分数域利用滤波处理实现 2 类用户信号波形的分别提取, 进而达到提高频谱效率以及增加系统容量的目的。基于这一思路, 本文建立了系统架构模型, 给出了理论分析, 并进行了数值验证。研究结果表明, 在传统正弦载波通信体制的基础上, 通过信号波形协同及变换域滤波处理可以有效地提高频谱效率, 理论上能够将系统容量提升近一倍。

## 2 预备知识

### 2.1 分数傅里叶变换简介

分数傅里叶变换(FRFT, fractional Fourier transform)理论是自 20 世纪 80 年代以来在传统傅里叶变换(FT, Fourier transform)理论上迅速发展起来的一门新兴学科。作为一种广义的傅里叶变换, FRFT 不但继承了传统 FT 基本性质, 而且还具有很多传统

FT 所不具备的特性, 在科学研究和工程技术应用中受到了越来越多的关注<sup>[1~8]</sup>。

FRFT 定义最早由 Namias 从特征值与特征函数的角度提出, 之后在该定义的基础上又出现了多种等价的定义方式<sup>[1]</sup>。FRFT 可以解释为将信号的坐标轴在时频平面绕原点作逆时针任意角度的旋转<sup>[2]</sup>, 即若 FT 可理解为将信号  $f(t)$  从时间轴(时域)逆时针旋转角度  $\pi/2$ , 变换到频率轴(频域)的表示, 则 FRFT 就是将  $f(t)$  从时间轴逆时针旋转任意角度  $\alpha(\alpha \neq n\pi/2)$  变换到分数傅里叶域的表示。

信号  $f(t) \in L^2(\cdot)$  的 FRFT 定义为<sup>[1]</sup>

$$F_\alpha(u) = F^\alpha[f](u) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) K_\alpha(u, t) dt \quad (1)$$

其中, 变换核  $K_\alpha(u, t)$  可以表示为

$$K_\alpha(u, t) = \begin{cases} A_\alpha e^{(j/2)t^2 \cot \alpha - j u t \csc \alpha + (j/2)u^2 \cot \alpha}, & \alpha \neq k\pi \\ \delta(t-u), & \alpha = 2k\pi \\ \delta(t+u), & \alpha = (2k-1)\pi \end{cases} \quad (2)$$

其中,  $A_\alpha = \sqrt{(1-j \cot \alpha)/2\pi}$ ,  $k$  为整数。 $\alpha$  表示 FRFT 旋转角度,  $u$  轴表示分数域, 变量  $u$  通常被称为分数频率。相应地, FRFT 的逆变换的表达式为

$$\begin{aligned} f(t) &= F^{-\alpha}[F_\alpha(u)](t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_\alpha(u) K_{-\alpha}(u, t) du \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} F_\alpha(u) K_\alpha^*(u, t) du \end{aligned} \quad (3)$$

特别地, 当  $\alpha=0$  和  $\alpha=\pi/2$  时, FRFT 分别退化为恒等变换和传统傅里叶变换。

根据式(1), 可得 FRFT 标准正交基函数为<sup>[1]</sup>

$$\phi_{\alpha, n}(t) = B_{\alpha, n, T} e^{-(j/2) \cot \alpha t^2 + j n (2\pi/T) t} \quad (4)$$

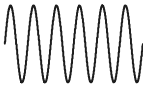
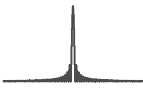

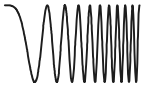


其中,  $B_{\alpha, n, T} = \sqrt{(\sin \alpha + j \cos \alpha)/T} e^{-(j/2)(n 2\pi \sin \alpha/T)^2 \cot \alpha}$ ,  $T$  为基函数的持续时间, 容易验证

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \phi_{\alpha, n}(t) \phi_{\alpha, m}^*(t) dt = \delta(n-m) = \begin{cases} 1, & n \neq m \\ 0, & n = m \end{cases} \quad (5)$$

可见,  $\alpha$  角度 FRFT 的一组标准正交基函数  $\{\phi_{\alpha, n}(t), n \in \cdot\}$  实际上是由调频斜率相同, 起始频率不同的线性调频信号组成, 其瞬时角频率为

$$\omega_{\alpha, n}(t) = n \frac{2\pi}{T} - \frac{\cot \alpha}{2} t \quad (6)$$

表 1 分数傅里叶变换与傅里叶变换基函数特性比较

变换名称	基函数	基函数时域波形	基函数频域波形	基函数分数域波形
傅里叶变换	正弦信号			
分数傅里叶变换	线性调频信号			

不难看出，当 $\alpha=\pi/2$ 时， $\phi_{\alpha,n}(t)$ 便退化为 FT 的标准正交基函数。这也进一步说明，FRFT 是一种广义的傅里叶变换。表 1 给出了 FRFT 基函数与 FT 基函数的特性比较。

理论研究表明，FRFT 突破了传统只能基于时、频域的信号分析方式，能够在介乎于时域和频域之间的分数域上分析信号，可以展示出信号从时域逐渐变化到频域的所有特征<sup>[1]</sup>，因此分数域是一种新的信号表征域，可视为一种新的变换域资源。在传统变换域资源划分中，频分多址(FDMA, frequency division multiple access)是利用频率来区分用户，即使用不同频率的正弦信号波形来传输不同用户的信息。同样，具有不同分数频率的线性调频信号也可以用来区分不同用户，即用一组调频斜率相同，起始频率不同的线性调频信号来调制不同用户的信息，可使不同用户的信号经过适当角度的 FRFT 后，得到的分数谱在分数域上是彼此分离的，如图 1 所示，从而实现分数频率的复用。这里将由此原理构成的分数域资源复用方式称为分数频分多址(FrFDMA, fractional frequency division multiple access)。

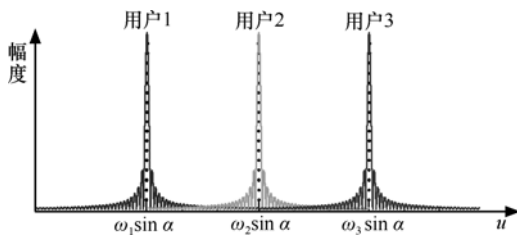


图 1 调频斜率相同而起始频率不同的一组线性调频信号的分数谱

### 2.2 线性调频信号与正弦信号在变换域的对偶性

将线性调频信号  $c(t)$  和正弦信号  $s(t)$  的表达式分别建模为

$$c(t) = \begin{cases} A_1 e^{(j/2)kt^2 + j\omega_0 t}, & |t| \leq T/2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (7)$$

$$s(t) = \begin{cases} A_2 e^{j\omega_0 t}, & |t| \leq T/2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (8)$$

其中， $A_1$ 、 $k$ 、 $\omega_0$ 、 $T$  分别为线性调频信号  $c(t)$  的幅度、调频斜率、起始频率(亦为正弦信号频率)以及持续时间， $A_2$  是正弦信号  $s(t)$  的幅度。

首先，考察该线性调频信号和正弦信号的频谱特性。根据 FT 定义可知，式(7)中线性调频信号  $c(t)$  频谱  $C(\omega)$  的最大幅度和频带范围分别<sup>[9]</sup>为

$$|C(\omega)|_{\max} \approx \frac{A_1}{\sqrt{|k|}} \quad (9)$$

$$\left[ \omega_0 - \frac{T|k|}{2}, \omega_0 + \frac{T|k|}{2} \right] \quad (10)$$

进而得到  $c(t)$  频域带宽为  $B=T|k|$ ，则其时宽带宽积  $TB=T^2|k|$ 。计算表明<sup>[9]</sup>，当  $TB>10$  时，信号  $c(t)$  有 95% 的能量在式(9)所示的频带范围内，其频谱近似为矩形谱。同理，式(8)中正弦信号  $s(t)$  频谱  $S(\omega)$  的最大幅度和频带(以第一过零点为例)范围分别为

$$|S(\omega)|_{\max} = \frac{A_2 T}{\sqrt{2\pi}} \quad (11)$$

$$\left[ \omega_0 - \frac{2\pi}{T}, \omega_0 + \frac{2\pi}{T} \right] \quad (12)$$

且  $S(\omega)$  呈冲激函数特性，包络为 sinc 函数。那么，可得  $s(t)$  频域带宽为  $B=4\pi/T$ 。下面进一步考察上述线性调频信号与正弦信号的分数谱特性。

根据 FRFT 与时频分布的关系可知<sup>[2,10]</sup>，当 FRFT 旋转角度满足  $\alpha=-\text{arccot}(k)$  时，式(7)所示线性调频信号  $c(t)$  在该角度分数域上能量最佳聚集，可得其分数谱为

$$C_\alpha(u) = A_1 T \sqrt{\frac{1-j\cot\alpha}{2\pi}} \text{sinc}\left(\frac{u-\omega_0 \sin\alpha}{2\pi \sin\alpha/T}\right) e^{(j/2)u^2 \cot\alpha} \quad (13)$$

于是，有

$$|C_\alpha(u)| = A_1 T \sqrt{\frac{|\csc \alpha|}{2\pi}} \left| \operatorname{sinc} \left( \frac{u - \omega_0 \sin \alpha}{2\pi \sin \alpha / T} \right) \right| \quad (14)$$

因此，线性调频信号  $c(t)$  在  $\alpha = -\operatorname{arccot}(k)$  分数域上分数谱幅度的最大峰值为

$$|C_\alpha(u)|_{\max} = A_1 T \sqrt{\frac{|\csc \alpha|}{2\pi}} \quad (15)$$

进一步地， $c(t)$  分数谱(以第一过零点为例)在  $\alpha = -\operatorname{arccot}(k)$  分数域占据的范围为

$$\left[ \omega_0 \sin \alpha - \frac{2\pi}{T} |\sin \alpha|, \omega_0 \sin \alpha + \frac{2\pi}{T} |\sin \alpha| \right] \quad (16)$$

那么， $c(t)$  在  $\alpha = -\operatorname{arccot}(k)$  角度分数域带宽为  $B_u = 4\pi |\sin \alpha| / T$ 。

此外，根据式 FRFT 定义，式(8)中正弦信号  $s(t)$  的  $\alpha = -\operatorname{arccot}(k)$  角度分数谱为

$$S_\alpha(u) = e^{(j/2)u^2 \cot \alpha - (j \csc 2\alpha)(u - \omega_0 \sin \alpha)^2} \cdot A_2 \sqrt{\frac{1 - j \cot \alpha}{2 \cot \alpha}} \int_{-x_2}^{x_1} e^{(j/2)\pi x^2} dx \quad (17)$$

其中，积分上、下限分别为

$$x_1 = \sqrt{\frac{\cot \alpha}{\pi}} \left( \frac{T}{2} - u \sec \alpha + \omega_0 \tan \alpha \right) \quad (18)$$

$$x_2 = \sqrt{\frac{\cot \alpha}{\pi}} \left( \frac{T}{2} + u \sec \alpha - \omega_0 \tan \alpha \right) \quad (19)$$

利用下述菲涅尔(Fresnel)积分定义和性质<sup>[9]</sup>:

$$C(x) = \int_0^x \cos(\pi y^2 / 2) dy \quad (20)$$

$$S(x) = \int_0^x \sin(\pi y^2 / 2) dy \quad (21)$$

$$C(-x) = -C(x), \quad S(-x) = -S(x) \quad (22)$$

于是，式(17)可进一步改写为

$$S_\alpha(u) = A_2 \sqrt{\frac{1 - j \cot \alpha}{2 \cot \alpha}} e^{(j/2)u^2 \cot \alpha - (j \csc 2\alpha)(u - \omega_0 \sin \alpha)^2} \cdot [C(x_1) + C(x_2) + jS(x_1) + jS(x_2)] \quad (23)$$

则正弦信号  $s(t)$  分数谱的幅度特性为

$$|S_\alpha(u)| = \frac{A_2}{\sqrt{2|\cos \alpha|}} \sqrt{(C(x_1) + C(x_2))^2 + (S(x_1) + S(x_2))^2} \quad (24)$$

且  $s(t)$  分数谱在  $\alpha = -\operatorname{arccot}(k)$  角度分数域上占据的范

围为

$$\left[ \omega_0 \sin \alpha - \frac{T|k|}{2} |\sin \alpha|, \omega_0 \sin \alpha + \frac{T|k|}{2} |\sin \alpha| \right] \quad (25)$$

那么， $s(t)$  在  $\alpha = -\operatorname{arccot}(k)$  角度分数域上带宽为  $B'_u = T|k| |\sin \alpha|$ 。根据前述线性调频信号的频谱特性可知，当  $TB'_u > 10$  时，正弦信号  $s(t)$  就有 95% 的信号能量在式(25)所示的分数域范围内，且其分数谱近似矩形谱。通常  $TB'_u \gg 1$ ，此时  $C(x_1)$ 、 $C(x_2)$ 、 $S(x_1)$ 、 $S(x_2)$  的函数值在 0.5 附近波动。则由式(24)可知，正弦信号  $s(t)$  分数谱的最大幅度为

$$|S_\alpha(u)|_{\max} \approx \frac{A_2}{\sqrt{|\cos \alpha|}} = A_2 \sqrt{\frac{|\csc \alpha|}{|k|}} \quad (26)$$

图 2 给出了线性调频信号  $c(t)$  和正弦信号  $s(t)$  在频域和分数域的对偶特性。

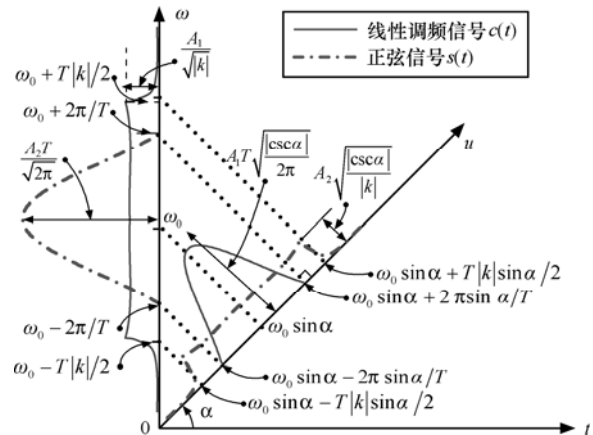


图 2 线性调频信号与正弦信号分数谱在频域和分数域的对偶性( $\sin \alpha > 0$ )

基于前述分析可知，线性调频信号和正弦信号在频域和分数域的对偶性体现为：线性调频信号在频域(或分数域)的频谱(或分数谱)与正弦信号在分数域(或频域)的分数谱(或频谱)具有相似分布特性。此外，线性调频信号的频谱(或分数谱)带宽参数与正弦信号的分数谱(或频谱)带宽参数仅相差一个与 FRFT 旋转角度  $\alpha$  有关的因子  $\sin \alpha$ ；而其频谱(或分数谱)幅度参数与正弦信号的分数谱(或频谱)幅度参数则相差一个因子  $\sqrt{|\csc \alpha|}$ ，如图 2 所示。

### 3 信号波形协同系统原理及参数分析

#### 3.1 系统原理

前述分析表明，利用线性调频信号与正弦信号的变换域对偶性，可以在传统正弦信号通信波形上

叠加与其频谱中心完全重叠且能量相等的线性调频信号波形来传输不同用户的信息，并通过优化信号参数设计使两者在变换域(频域或分数域)呈现出最佳的能量聚集差异性，从而可以分别在频域和分数域利用滤波处理实现 2 类用户信号波形的提取，进而达到提高频谱效率以及增加系统容量的目的。图 3 以 FDMA 为基础给出了系统原理。图中  $d_i(t)$  和  $\hat{d}_i(t)$  分别表示 FDMA 系统第  $i$  个用户发送和接收判决的信息比特。  $d'_i(t)$  和  $\hat{d}'_i(t)$  则分别表示 FrFDMA 系统第  $i$  个用户发送和接收判决的信息比特， $i=1,2,\dots,M$ 。结合图 3 所示，系统信号参数满足以下 3 个条件。

1) FDMA 系统第  $i$  个用户信号(正弦信号)的频率与 FrFDMA 系统第  $i$  个用户信号(线性调频信号)的中心频率相同，且两系统的用户信息具有相同的带宽， $i=1,2,\dots,M$ 。

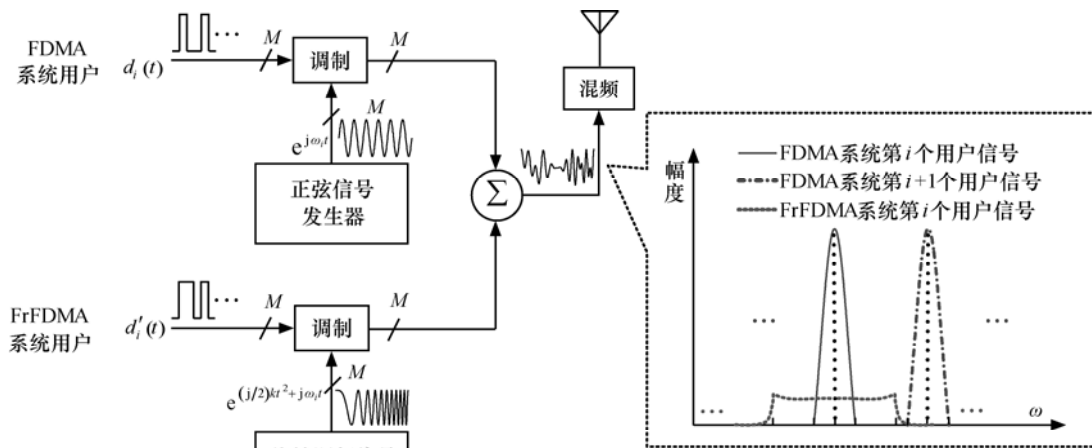
2) FrFDMA 系统第  $i$  个用户信号与 FDMA 系统

第  $i+1$  个用户信号的频谱不存在混叠， $i=1,2,\dots,M$ 。

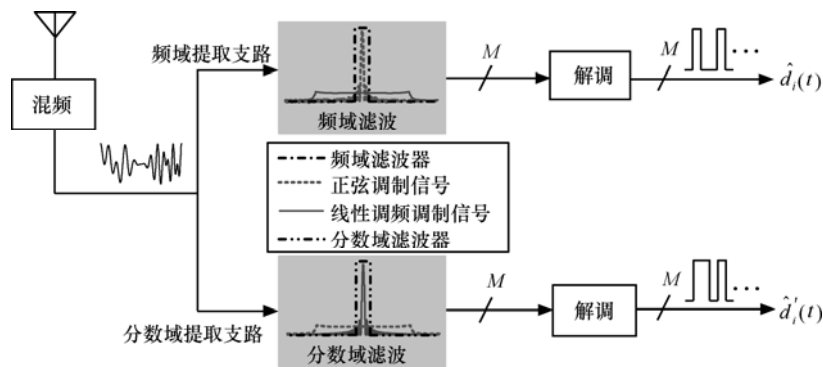
3) 对于 FDMA 系统而言，FrFDMA 系统第  $i$  个用户信号在 FDMA 系统第  $i$  个用户信号频带内的能量足够小，能够保证利用频域滤波可以有效提取出 FDMA 系统用户信号，而有效地抑制 FrFDMA 系统用户信号， $i=1,2,\dots,M$ 。

可见，图 3 所示信号波形协同通信系统的发送信号为  $M$  路正弦调制信号与  $M$  路线性调频调制信号的叠加，且两者分别携带着不同用户的信息。图 3(b)给出了系统接收端的结构。

在接收端，首先对接收信号进行混频，得到正弦调制信号(即 FDMA 系统用户信号)和线性调频调制信号(即 FrFDMA 系统用户信号)的混合信号。然后将该混合信号分别在频域和分数域进行滤波处理，提取出搭载不同用户数据信息的正弦调制信号与线性调频调制信号，如图 3(b)所示。最后对提取出的正弦调制信号与线性调频调制信号分别进行



(a) 发送端



(b) 接收端

图 3 信号波形协同通信系统

解调从而恢复出用户数据信息。

### 3.2 系统参数分析

正弦信号与线性调频信号在频域和分数域的对偶性表明，基于频域和分数域分析得到的系统参数是一致的，因此下面不妨以分数域为例给出系统参数分析的理论结果。根据前述分析，并结合图 3(a) 可得信号波形协同通信系统信号的分数谱特性如图 1 所示。

在发送端，发送信号是 FDMA 与 FrFDMA 系统用户信号的叠加，且 FDMA 系统第  $i$  个用户信号与 FrFDMA 系统第  $i$  ( $i=1,2,\dots,M$ ) 个用户信号具有相同的分数谱中心。在 FDMA 系统中，为避免系统用户之间的干扰，各个用户信号的子载频之间通常设置一定的保护间隔，记为  $\omega_d$ 。设 FrFDMA 系统第  $i$  与  $i+1$  个用户子载波(线性调频信号)的中心频率分别为  $\omega_i$  和  $\omega_{i+1}$  ( $0 < \omega_i < \omega_{i+1}$ )，不妨以  $\sin\alpha \geq 0$  为例，由式 (16) 可得这 2 个用户信号所占分数域区间分别为

$$\left[ \omega_i \sin \alpha - \frac{2\pi}{T} \sin \alpha, \omega_i \sin \alpha + \frac{2\pi}{T} \sin \alpha \right] \quad (27)$$

$$\left[ \omega_{i+1} \sin \alpha - \frac{2\pi}{T} \sin \alpha, \omega_{i+1} \sin \alpha + \frac{2\pi}{T} \sin \alpha \right] \quad (28)$$

那么，FrFDMA 系统各用户信号在分数域彼此分离的理论条件为

$$\omega_{i+1} \sin \alpha - \omega_i \sin \alpha \geq u_d + 2 \frac{2\pi}{T} \sin \alpha \quad (29)$$

进一步地，有

$$\omega_{i+1} - \omega_i \geq \frac{4\pi}{T} + u_d \csc \alpha \quad (30)$$

其中， $u_d$  为 FrFDMA 系统相邻 2 个用户分数谱之间的保护间隔。此外，在 FDMA 系统中，第  $i$  与  $i+1$  个用户子载波(正弦信号)不存在干扰的条件为

$$\omega_{i+1} - \omega_i \geq \omega_d + \frac{4\pi}{T} \quad (31)$$

比较式(29)和式(31)可知，只要取  $u_d = \omega_d \sin \alpha$  可以同时保证 FrFDMA 与 FDMA 系统各自用户之间不会存在干扰。

此外，由于发送信号是 FDMA 与 FrFDMA 系统用户信号的叠加，且 FDMA 系统第  $i$  个用户信号与 FrFDMA 系统第  $i$  ( $i=1,2,\dots,M$ ) 个用户信号具有相

同的分数谱中心。因此在接收端不可能将这 2 个系统用户信号完全分离。但由于 FDMA 与 FrFDMA 系统用户信号在分数域能量分布特性截然相反，前者扩散，后者聚集，可以优化参数设计，通过分数域滤波尽可能降低两系统用户之间的干扰。在分数域滤波处理过程中，把关心提取的 FrFDMA 系统用户信号(线性调频信号)视为期望信号，而将 FDMA 系统用户信号(正弦信号)视为干扰。此时，分数域滤波处理后的信干比则成为衡量分数域滤波性能的主要指标。

设滤波前 FrFDMA 系统第  $i$  个用户信号与 FDMA 系统第  $i$  个用户信号的能量分别为  $P_c$ 、 $P_s$ ，经过分数域滤波后，FrFDMA 系统用户信号的能量被完全保留，而 FDMA 系统用户信号的能量则被大部分滤除，如图 4(a)和图 4(b)所示。根据前述分析，FDMA 系统用户信号的能量在分数域分布在一个较大的范围内，分数谱近似矩形谱，如图 5 所示。由式 (16) 和式(25)可得残留在 FrFDMA 系统第  $i$  个用户信号(期望信号)分数谱带宽范围内的 FDMA 系统第  $i$  个用户信号(干扰)的能量为

$$\begin{aligned} P'_s &= \frac{P_s}{B'_u} \times B_u = \frac{P_s}{T |\cos \alpha|} \times \frac{4\pi}{T} |\sin \alpha| \\ &= \frac{4\pi P_s}{T^2 |\cot \alpha|} = \frac{4\pi P_s}{T^2 |k|} = \frac{4\pi P_s}{TB} \end{aligned} \quad (32)$$

其中， $B = T^2 |k|$  为 FrFDMA 系统用户信号的频域带宽。那么，分数域滤波前后的信干比(SIR)分别为

$$\eta_{in} = \frac{P_c}{P_s}, \quad \eta_{out} = \frac{P_c}{P'_s} = \frac{P_c}{P_s} \times \frac{TB}{4\pi} = \eta_{in} \times \frac{TB}{4\pi} \quad (33)$$

根据前述分析，显然有

$$\frac{\eta_{out}}{\eta_{in}} = \frac{TB}{4\pi} > 1 \quad (34)$$

结合图 3(b)中的分数域滤波模块，经过分数域滤波后，FrFDMA 系统用户信号的能量被完全保留，而 FDMA 系统用户信号的能量则被大部分滤除，如图 4(a)和图 4(b)所示。图 4(c)则给出了输入信干比  $\eta_{in} = 0\text{dB}$  时分数域滤波后输出信干比  $\eta_{out}$  随 FrFDMA 系统用户信号时宽带宽积  $TB$  变化的情况。由于分数域滤波器滤除的是信号带外噪声，当  $TB \leq 4\pi$  时，干扰全部留在信号带宽内，输出信干比等于输入信干比；而当  $TB$  继续展宽大于  $4\pi$  时，由于带外噪声被滤除，输出信干比将逐渐提高，见式(34)。

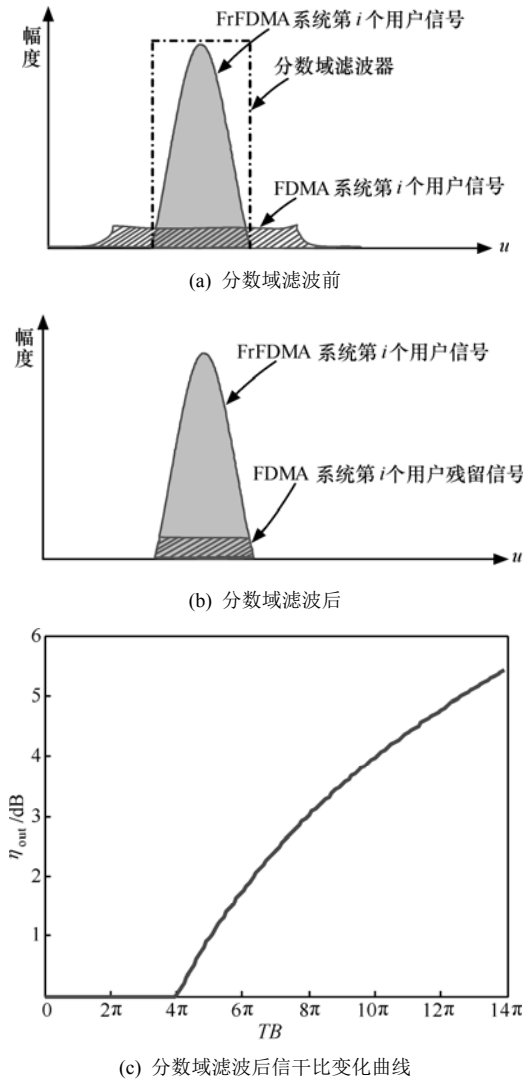


图 4 分数域滤波示意图及滤波后信干比随 FrFDMA 系统用户信号时宽带宽的变化曲线

图 4(c)表明, 分数域滤波的性能与 FrFDMA 系统用户信号的时宽带宽  $TB$  有关,  $TB$  越大, 分数域滤波性能越好, 即对 FDMA 系统用户信号的抑制越好。但为了保证 FDMA 系统第  $i$  个用户信号不影

响 FrFDMA 系统第  $i+1$  个用户信号, 如图 5 所示, 就需要对 FrFDMA 系统用户信号的  $TB$  加以限制。

以  $\sin \alpha \geq 0$  为例, 由式(16)和式(26)可得, FDMA 系统第  $i$  个用户信号与 FrFDMA 系统第  $i+1$  个用户信号的分数谱在分数域占据的区间分别为

$$\left[ \omega_i \sin \alpha - \frac{T|k|}{2} \sin \alpha, \omega_i \sin \alpha + \frac{T|k|}{2} \sin \alpha \right] \quad (35)$$

$$\left[ \omega_{i+1} \sin \alpha - \frac{2\pi}{T} \sin \alpha, \omega_{i+1} \sin \alpha + \frac{2\pi}{T} \sin \alpha \right] \quad (36)$$

此外, 结合图 5 可得 FDMA 系统第  $i$  个用户信号与 FrFDMA 系统第  $i+1$  个用户信号不发生干扰的理论条件为

$$\frac{T|k|}{2} \sin \alpha \leq \omega_d \sin \alpha + \frac{2\pi}{T} \sin \alpha \quad (37)$$

进一步地, 则有

$$TB = T^2 |k| \leq 2T\omega_d + 4\pi \quad (38)$$

再由式(34)和式(38)可得

$$4\pi < TB \leq 2T\omega_d + 4\pi \quad (39)$$

该结果表明, 只要 FrFDMA 系统用户信号的时宽带宽积  $TB$  满足式(39)便可确保分数域滤波能够实现对 FDMA 系统用户信号的抑制; 同时, FDMA 系统第  $i$  个用户信号不会对 FrFDMA 系统第  $i+1$  个用户信号造成干扰,  $i=1,2,\dots,M$ 。

### 3.3 仿真验证

根据前述正弦信号与线性调频信号在频域与分数域的对偶性可知, 基于频域或分数域的系统性能分析结果是一致的。由于 FrFDMA 系统用户信号与 FDMA 系统用户信号相互叠加, 互为干扰, 为了验证这 2 类用户信号之间的干扰对整个系统性能的

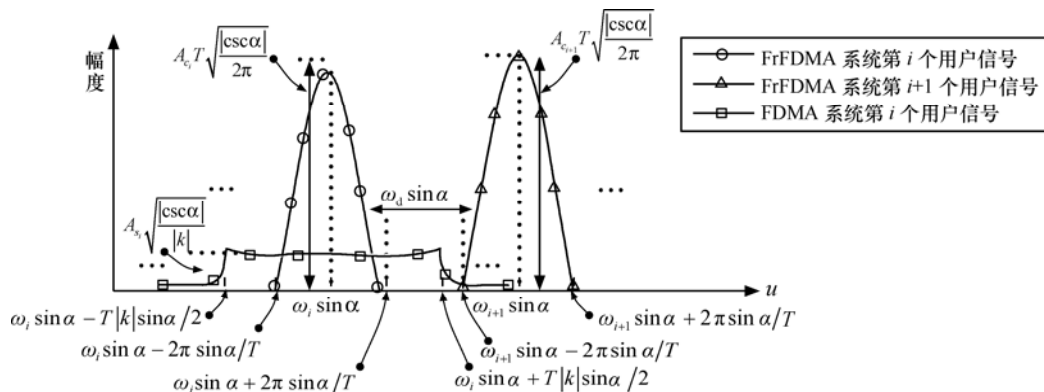


图 5 信号波形协同通信系统的信号分数谱特性

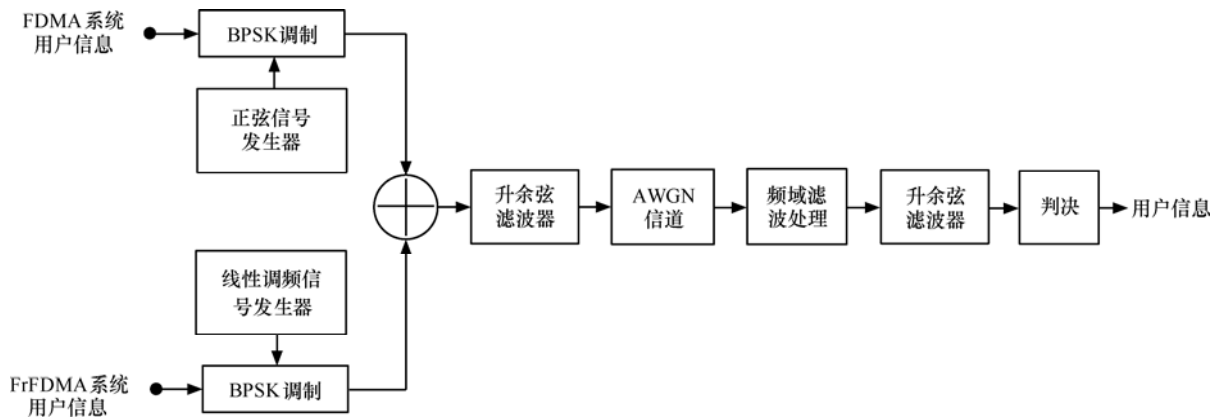


图 6 系统仿真

影响，下面不妨以图 3 中的频域提取支路为例，并按照图 6 所示功能模块对信号波形协同通信系统的误码性能进行仿真验证。

设用户信息码元宽度为  $T$ ，则信息带宽为  $B_d=2\pi/T$ ，取 FDMA 系统子载频之间的保护间隔为  $\omega_d=B_d/3$ 。根据式(39)可得 FrFDMA 系统用户信号时宽带宽  $TB=16\pi/3$ 。经过频域滤波后，FDMA 系统用户信号与残留在其带内的 FrFDMA 系统用户信号功率之比(即信干比 SIR)为 1.25dB。仿真中的参数设置为：码元宽度  $T=1\mu s$ ，用户数量  $M=10$ ，第一个用户的载波频率为 10MHz，子载频之间的保护间隔为 1/3MHz，信号带宽为 1MHz，线性调频信号调频斜率为  $16\pi/3$ 。在此参数条件下，信号波形协同通信系统的误码特性曲线如图 7 所示。可以看出，在信噪比为 10dB 情况下，系统误码率达到  $10^{-3}\sim 10^{-4}$  数量级，能够满足实际应用的需求。因此，在传统正弦载波通信体制的基础上，通过信号波形协同及变换域滤波处理可以有效地提高频谱利用效率，理论上能够将系统容量提升近一倍。

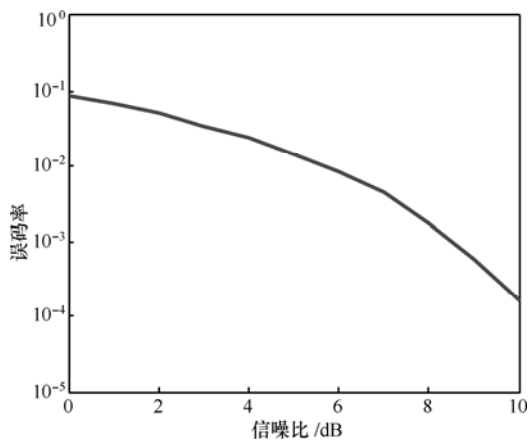


图 7 信号波形协同通信系统误码率曲线

### 4 结束语

针对有限频谱资源与迅速增长业务需求的矛盾，利用正弦信号和线性调频信号在频域和分数域上能量积聚特性的对偶关系，提出了一种基于信号波形协同的无线通信技术。建立了系统模型，给出了理论分析，并进行了数值验证。研究表明，在传统正弦载波通信体制的基础上，通过信号波形协同及变换域滤波处理可以有效地提高频谱效率，理论上能够将系统容量提升近一倍，从而为频谱资源利用日趋紧张的问题提供了一种解决思路。

### 参考文献：

- [1] SEJDIĆ E, DJUROVIĆ I, STANKOVIĆ L. Fractional Fourier transform as a signal processing tool: an overview of recent developments[J]. Signal Processing, 2011, 91(6): 1351-1369.
- [2] PEI S C, DING J J. Relations between fractional operations and time-frequency distributions, and their applications[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2001, 49(8): 1638-1655.
- [3] PEI S C, DING J J. Fractional fourier transform, wigner distribution, and filter design for stationary and nonstationary random processes[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(8): 4079-4092.
- [4] SHI J, CHI Y G, ZHANG N T. Multichannel sampling and reconstruction of bandlimited signals in fractional domain[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2010, 17(11): 909-912.
- [5] MARTONE M. A multicarrier system based on the fractional Fourier transform for time-frequency-selective channels[J]. IEEE Transactions

on Communications, 2001, 49(6): 1011-1020.

[6] ERSEGHE T, LAURENTI N, CELLINI V. A multicarrier architecture based upon the affine Fourier transform[J]. IEEE Transactions on Communications, 2005, 53(5): 853-862.

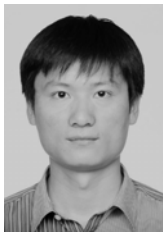
[7] STOJANOVIĆ D, DJUROVIĆ I, VOJCIC B R. Interference analysis of multicarrier systems based on affine Fourier transform[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2009, 8(6): 2877-2880.

[8] ZHENG J, WANG Z. ICI analysis for FRFT-OFDM systems to frequency offset in time-frequency selective fading channels[J]. IEEE Communications Letters, 2010, 14(10): 888-890.

[9] POULARIKAS A D. Transforms and Applications Handbook, 3rd Edition[M]. CRC Press, 2010.

[10] ZHENG L, SHI D. Maximum amplitude method for estimating compact fractional Fourier domain[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2010, 17(3): 293-296.

作者简介:



史军 (1983-), 男, 江苏宿迁人, 哈尔滨工业大学博士生, 主要研究方向为变换域信号处理与通信理论、时频分析和非平稳信号处理。



沙学军 (1966-), 男, 黑龙江齐齐哈尔人, 哈尔滨工业大学教授、博士生导师, 主要研究方向为通信网及专用移动通信系统、宽带无线接入、变换域信号处理理论。



张钦宇 (1972-), 男, 江苏扬州人, 哈尔滨工业大学深圳研究生院教授、博士生导师, 主要研究方向为通信信号处理、无线通信技术、专用移动通信系统等。



宋晓程 (1989-), 男, 河北衡水人, 哈尔滨工业大学硕士生, 主要研究方向为变换域信号处理理论。



张乃通 (1934-), 男, 江苏扬州人, 工程院院士, 哈尔滨工业大学教授、博士生导师, 主要研究方向为超宽带通信技术、卫星通信、C4I 通信系统、专用移动通信系统、变换域信号处理理论等。